

Dirección Xeral de Formación Profesional e
Ensinanzas Especiais

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Ex. Matemáticas
Unidade didáctica	1. Operacións con números
Actividade	2. Divisibilidade. Máximo común divisor e mínimo común múltiplo
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD01_A02_Divisibilidade. MCD e mcm. RTF

Índice

1.	Ficha técnica	3
1.1	Título	3
1.2	Obxectivos.....	3
1.3	Contidos	3
1.4	Aspectos metodolóxicos	3
1.5	Descrición do que se vai aprender.....	3
2.	Descrición da actividade.....	4
1.6	introdución.....	4
1.7	Tarefas	5
1.7.1	Tarefa 1: Descomposición dun número en factores primos	5
	Exercicio 1.1 (presencial)	5
	Autoavaliación	5
	Exercicio 1.2 (distancia)	5
	Autoavaliación	6
	Exercicio 1.3 (distancia)	6
	Autoavaliación	7
1.7.2	Tarefa 2: Cálculo do máximo común divisor	7
	Exercicio 2.1 (presencial)	7
	Autoavaliación	7
1.7.3	Tarefa 3: Cálculo do mínimo común múltiplo	8
	Exercicio 3.1 (presencial)	8
	Autoavaliación	8
1.7.4	Tarefa 4: Cálculo do máximo común divisor e do mínimo común múltiplo	8
	Exercicio 4.1 (distancia)	8
	Autoavaliación	8
1.7.5	Tarefa 5: Problemas de aplicación do MCD e do mcm	8
	Exercicio 5.1 (presencial)	8
	Autoavaliación	9
	Exercicio 5.2 (presencial)	9
	Autoavaliación	9

1. Ficha técnica

1.1 Título

- Título: Divisibilidade. Cálculo do máximo común divisor e do mínimo común múltiplo de dous ou máis números.
- Descrición: factorización de números (descomposición en factores primos). Cálculo do máximo común divisor e do mínimo común múltiplo de dous ou máis números, para a súa aplicación noutros contextos.
- Nome do arquivo da actividade: UD01_A02_Divisibilidade. MCD e mcm. RTF

1.2 Obxectivos

- Coñecer os criterios de divisibilidade.
- Descompor un número en factores primos.
- Calcular o máximo común divisor e o mínimo común múltiplo de dous ou máis números.
- Aplicar o máximo común divisor e o mínimo común múltiplo á resolución de problemas.

1.3 Contidos

- Divisibilidade.
- Descomposición de números en factores primos.
- Calcular o máximo común divisor e o mínimo común múltiplo de dous ou máis números.

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Temporalización: 3 horas.

1.5 Descrición do que se vai aprender

Nesta actividade aprenderase a recoñecer cando un número é divisible por outro e a distinguir os números primos dos números compostos. Tamén se aprenderá a factorizar un número (descompolo en produto de factores primos), a calcular o máximo común divisor e o mínimo común múltiplo de dous ou máis números, e a aplicar o seu cálculo na resolución de problemas.

2. Descrición da actividade

1.6 introdución

▪ Divisibilidade

- Dise que un número enteiro, a , é múltiplo doutro, b , se o cociente que resulta de dividir a entre b é exacto. Neste caso tamén se di que o número enteiro a é divisible entre b , ou o que é o mesmo, que o número enteiro b é divisor do número a .
- Número primo é aquel que só é divisible por si mesmo e pola unidade.

Son números primos: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31...

- Número composto é aquel que, ademais de por si mesmo e pola unidade, é divisible por outros números.

Son números compostos: 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20...

▪ Criterios de divisibilidade

Un número é divisible por dous se remata en cero ou en cifra par.

Un número é divisible por tres se a suma das súas cifras é múltiplo de tres.

Un número é divisible por catro se o é o número formado polas dúas últimas cifras.

Un número é divisible por cinco se remata en cero ou en cinco.

▪ Descomposición de números en factores primos

Descompor un número en factores primos consiste en expresalo como produto de números primos.

Para descompor un número en produto de factores primos, sobre todo se é grande, convén actuar ordenadamente: dividirémolo entre 2 tantas veces como sexa posible, despois entre 3, despois entre 5..., e así sucesivamente entre os seguintes números primos, ata obtermos 1 de cociente.



Tarefa 1: Descomposición dun número en factores primos.

Máximo común divisor.

Máximo común divisor de varios números é o maior número que os divide a todos eles exactamente.

Para calcular o máximo común divisor de varios números polo método de descomposición en factores primos, descompóñense os números en factores primos e logo o máximo común divisor é o produto dos factores comúns a todos os números, afectados cada un de eles polo menor expoñente co que figuren.




Tarefa 2. Cálculo do máximo común divisor.

Mínimo común múltiplo.

Mínimo común múltiplo de varios números é o menor número, excluído o cero, que é múltiplo de todos eles.

Para calcular o mínimo común múltiplo de varios números polo método de descomposición en factores primos, descompóñense os números en factores primos e logo o mínimo común

múltiplo é o produto dos factores comúns e non comúns a todos os números, afectados cada un deles polo maior expoñente co que figuren.

 Tarefa 3: Cálculo do mínimo común múltiplo.

 Tarefa 4: Cálculo do máximo común divisor e do mínimo común múltiplo.

 Tarefa 5: Problemas de aplicación do MCD e do mcm.

1.7 Tarefas

- Tarefa 1: Descomposición dun número en factores primos.
- Tarefa 2: Cálculo do máximo común divisor.
- Tarefa 3: Cálculo do mínimo común múltiplo.
- Tarefa 4: Cálculo do máximo común divisor e do mínimo común múltiplo.
- Tarefa 5: Problemas de aplicación do MCD e do mcm.

1.7.1 Tarefa 1: Descomposición dun número en factores primos

Exercicio 1.1 (presencial)

Descompor o número 324 en factores primos.

Autoavaliación

324 termina en cifra par. Xa que logo, é divisible entre 2:

$$324 : 2 = 162$$

162 é un número par. Xa que logo, é divisible por 2:

$$162 : 2 = 81$$

81 non é divisible por 2, xa que é un número impar, pero a suma das súas cifras é múltiplo de 3, polo que agora dividimos este número entre 3.

$$81 : 3 = 27$$

27 é divisible por 3 tamén, porque as súas cifras suman $2 + 7 = 9$.

$$27 : 3 = 9$$

E así sucesivamente. $9 : 3 = 3$

$$3 : 3 = 1$$

Obsérvese que dividimos consecutivamente dúas veces por 2 e catro veces por 3, polo que escribimos: $324 = 2^2 \cdot 3^4$

Exercicio 1.2 (distancia)

Descompor en factores primos o número natural 7.560.

Autoavaliación

Para descompor un número en factores primos, divídese o número entre o menor dos seus divisores primos; co cociente obtido procédese do mesmo xeito, e así mesmo co novo cociente, ata que chegue un momento no que o cociente sexa igual á unidade. Os cocientes empregados son os factores primos.

No noso caso dividimos o número 7.560 entre 2, xa que 2 é o menor dos seus divisores, co que temos:

$$7.560 : 2 = 3.780$$

O cociente obtido dividímollo novamente entre 2, pola mesma razón:

$$3.780 : 2 = 1.890$$

E continuamos o proceso do mesmo xeito ata obtermos como cociente a unidade:

$$1.890 : 2 = 945$$

$$945 : 3 = 315$$

$$315 : 3 = 105$$

$$105 : 3 = 35$$

$$35 : 5 = 7$$

$$7 : 7 = 1$$

Os divisores empregados son: 2, 2, 2, 3, 3, 3, 5 e 7; en consecuencia, a descomposición factorial do número 7.560 é a seguinte:

$$7.560 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$$

Na práctica, a descomposición factorial faise do seguinte xeito:

7.560		2
3.780		2
1.890		2
945		3
315		3
105		3
35		5
7		7
1		

Exercicio 1.3 (distancia)

Descompor en factores primos os seguintes números: 24, 16 e 248.

Autoavaliación

24		2	$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$	16		2	$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$
12		2		8		2	
6		2		4		2	
3		3		2		2	
1				1			
248		2	$248 = 2^3 \cdot 31$				
124		2					
62		2					
31		31					
1							

1.7.2 Tarefa 2: Cálculo do máximo común divisor

Exercicio 2.1 (presencial)

Calcular por descomposición en factores primos o máximo común divisor (MCD) dos números 500, 720 e 1.440.

Autoavaliación

Descompomos os números en factores primos:

500		2	720		2	1.440		2
250		2	360		2	720		2
125		5	180		2	360		2
25		5	90		2	180		2
5		5	45		3	90		2
1			15		3	45		3
			5		5	15		3
			1			5		5
						1		

Así resulta:

$$500 = 2^2 \cdot 5^3$$

$$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$1.440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Xa que logo, o máximo común divisor calcúlase facendo o produto dos factores comúns a todos os números (que son o 2 e o 5, como se pode ver doadamente, xa que o 3 non está na descomposición factorial do número 500) elevado cada un deles ao menor expoñente co que figuren. Por tanto, temos que o máximo común divisor de 500, 720 e 1.440 é $2^2 \cdot 5 = 20$.

Escribiremos : $m.c.d.(500,720,1.440) = 2^2 \cdot 5 = 20$

1.7.3 Tarefa 3: Cálculo do mínimo común múltiplo

Exercicio 3.1 (presencial)

Calcular o mínimo común múltiplo (mcm) dos números 15, 16 e 18.

Autoavaliación

En primeiro lugar descomponemos os números en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ & 2 \\ & 4 \\ & 2 \\ & 2 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ & 9 \\ & 3 \\ & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$16 = 2^4$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

Para obter o mcm collemos todos os factores primos (comúns e non comúns) elevados ao maior expoñente.

$$\text{mcm}(15, 16, 18) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 16 \cdot 9 \cdot 5 = 720$$

1.7.4 Tarefa 4: Cálculo do máximo común divisor e do mínimo común múltiplo

Exercicio 4.1 (distancia)

Calcular o MCD e o mcm de 30, 32 e 48.

Autoavaliación

Descompondo os números en factores primos, resulta:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$32 = 2^5$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

Xa que logo:

$$\text{MCD} = 2$$

$$\text{mcm} = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 = 32 \cdot 3 \cdot 5 = 480$$

1.7.5 Tarefa 5: Problemas de aplicación do MCD e do mcm

Exercicio 5.1 (presencial)

Un cometa é visible desde a terra cada vinte e catro anos, e outro cada trinta e seis anos. O último ano en que foron avistados conxuntamente desde a terra foi 1990. En que ano coincidirán novamente?

Autoavaliación

O número de anos que terán que pasar para que coincidan outra vez será o múltiplo común máis pequeno de 24 e 36; é dicir o mcm.

$$\left. \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 36 = 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.m(24, 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 72 \text{ anos.}$$

Os cometan coinciden cada 72 anos.

$$1990 + 72 = 2062$$

Coincidirán novamente en 2062.

Exercicio 5.2 (presencial)

Un carpinteiro ten tres listóns de madeira de 30, 45 e 60 cm de lonxitude respectivamente. Desexa cortalos en anacos iguais e da maior lonxitude posible sen desperdiciar nada. Calcular:

- A lonxitude que ten que ter cada anaco.
- O número de anacos que saen de cada listón.

Autoavaliación

- A solución será o MCD de 30, 45 e 60.

$$\left. \begin{array}{l} 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{M. C. D. } (30, 45, 60) = 3 \cdot 5 = 15$$

Os anacos teñen que ter 15 cm de lonxitude.

- Do listón de 30 cm sairán $30:15 = 2$ anacos.
Do listón de 45 cm sairán $45:15 = 3$ anacos.
Do listón de 60 cm sairán $60:15 = 4$ anacos.